

## ЭФФЕКТ ЗОНДГЕЙМЕРА В ДВУХСЛОЙНЫХ ПОЛИКРИСТАЛЛИЧЕСКИХ ПЛЕНКАХ

**Л.В. Дехтярук, докторант**

Сумский государственный университет, ул. Р.Корсакова, 2, Сумы, 40007

E-mail: [protsenko@aph.sumdu.edu.ua](mailto:protsenko@aph.sumdu.edu.ua)

*С использованием квазиклассического приближения в рамках модифицированной модели Маядаса и Шацкеса теоретически проанализирован эффект Зондгеймера в двухслойных пленках (ДП) с поликристаллической структурой. Получено общее и асимптотические выражения для проводимости ДП в ортогональном к границе раздела слоев магнитном поле. В области слабых магнитных полей ( $\beta = d_j/r \ll 1$ , где  $d_j$  – толщина  $j$ -го слоя образца;  $r$  – ларморовский радиус) предсказана немонотонная зависимость проводимости ДП от отношения толщин слоев, которая чувствительна к структуре и степени чистоты образца. Если же магнитное поле сильное ( $\beta_j \gg 1$ ), то проводимость ДП становится осциллирующей функцией магнитного поля, амплитуда которой определяется средней шириной кристаллитов и степенью шероховатости внутренней и внешних границ образца. Проведен детальный численный анализ удельного сопротивления ДП от отношения толщин слоев и величины магнитного поля при произвольных значениях параметров, описывающих характер взаимодействия носителей заряда с границами образца.*

### ВВЕДЕНИЕ

Значительный прогресс в микроэлектронике и вычислительной технике в значительной мере обусловлен широкому использованию слоистых структур в виде гетероструктур, полупроводниковых сверхрешеток и различного типа мультислоев, обладающих уникальными физическими свойствами. В связи с этим возникает большой интерес к теоретическому и экспериментальному исследованию электронного транспорта в таких системах. С фундаментальной точки зрения, исследования кинетических характеристик многослойных образцов позволяет получить подробную информацию о характере взаимодействия носителей заряда с границами раздела слоев металла.

В настоящей работе с использованием квазиклассического приближения [1,2] в рамках модифицированной модели Маядаса и Шацкеса (модель МШ) [3,4] теоретически исследован эффект Зондгеймера [5] в двухслойных пленках (ДП) с поликристаллической структурой. Получено общее и асимптотические выражения для проводимости ДП в областях слабого и сильного магнитного поля. В области слабого магнитного поля предсказана немонотонная зависимость проводимости (сопротивления) от отношения толщин слоев. В области сильного магнитного поля проводимость становится осциллирующей функцией магнитного поля, амплитуда которой чувствительна к средней ширине зерен в плоскости слоев ДП и к характеру взаимодействия электронов с границами образца. Проведен подробный численный анализ удельного сопротивления двухслойной пленки от отношения толщин слоев и величины магнитного поля при различных значениях параметров, описывающих образец.

### 1 ПОЛУЧЕНИЕ ОСНОВНОГО СООТНОШЕНИЯ

Рассмотрим двухслойную пленку, состоящую из поликристаллических слоев нормального металла разной толщины ( $d_j \neq d_n$ ) и степени чистоты

( $l_j \neq l_n$ ). Будем полагать, что нормаль к границе раздела (ГР) слоев параллельна оси  $X$ , а размеры слоев в направлении осей  $Y$  и  $Z$  “бесконечны”, так что движение носителей заряда в плоскости  $YZ$  ничем не отличается от их движения в безграничном металле. Предположим, что к ДП приложено ортогональное к ГР слоев металла внешнее магнитное поле  $\mathbf{H}$ , а электрическое поле напряженности  $\mathbf{E}$  направлено вдоль межслойной границы.

Для того чтобы вычислить величину плотности тока  $\mathbf{J}$ :

$$\mathbf{J} = \frac{2e}{dh^3} \sum_{j=1}^2 \int_0^{d_j} dx \int d^3p \mathbf{v}_j f_j(|x|, \mathbf{p}), \quad (1)$$

необходимо решить линейаризованное по слабому электрическому полю  $\mathbf{E}$  кинетическое уравнение Больцмана для функции распределения электронов  $f_j(\mathbf{r}, \mathbf{p})$  в каждом слое ДП:

$$f_j(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = f_0(\varepsilon_j) - \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon_j} \Psi_j(\mathbf{r}, \mathbf{p}), \quad j = 1, 2, \quad (2)$$

которое в  $\tau$ -приближении для интеграла столкновений имеет следующий вид:

$$\frac{\partial \Psi_j}{\partial t} + \mathbf{v}_j \frac{\partial \Psi_j}{\partial \mathbf{r}} + \frac{\Psi_j}{\tau_j} = e \mathbf{v}_j \mathbf{E}. \quad (3)$$

Здесь  $e$ ,  $\mathbf{r}$  и  $\mathbf{p}$  – заряд, координата и квазиимпульс носителя заряда;  $\mathbf{v}_j$  и  $\varepsilon_j$  – его скорость и энергия;  $f_0(\varepsilon_j)$  – фермиевская функция распределения электронов;  $t$  – время движения носителя заряда вдоль траектории в магнитном поле;  $h$  – постоянная Планка;  $d = d_1 + d_2$  – толщина двухслойной поликристаллической пленки. Эффективное время релаксации электронов  $\tau_j$  учитывает рассеяние носителей заряда как в объеме слоев металла, так и на границах кристаллитов и в рамках модифицированной модели МШ имеет следующий вид [4]:

$$\frac{1}{\tau_j} = \frac{1}{\tau_{0j}} \left\{ 1 + \alpha_j \frac{p_F}{|p_{y_j}|} \right\}, \quad (4)$$

где  $\tau_{0j}$  – характерное время релаксации электронов относительно их упругих соударений в объеме образца, т.е. время, за которое “стирается” память электрона о прошлом;  $p_F$  – фермиевский квазиимпульс;  $p_{y_j}$  – перпендикулярная межкристаллитным границам компонента квазиимпульса электрона;  $\alpha_j = \frac{l_j R_j}{L_j 1 - R_j}$  – зернограничный параметр, где

$l_j$  – длина свободного пробега электронов;  $L_j$  – средний размер кристаллитов в плоскости слоев металла;  $R_j$  – вероятность зеркального рассеяния электрона на границе зерен.

Общим решением кинетического уравнения (3) является функция

$$\Psi_j(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = F_j e^{\tau_j} + \int_{\lambda}^t dt' e^{\tau_j} \mathbf{E} e^{\tau_j}, \quad (5)$$

где  $\lambda$  - последний момент отражения носителя заряда межслойной границей ( $x_s = 0$ ) или внешними поверхностями ( $x_s = -d_1, d_2$ ) двухслойного образца, т.е. ближайший к  $t$ , но меньший его корень уравнения:

$$\mathbf{r} - \mathbf{r}_s = \int_{\lambda}^t \mathbf{v}(t') dt' \equiv \mathbf{r}(t) - \mathbf{r}(\lambda). \quad (6)$$

Произвольные функции  $F_j$ , входящие в общее решение кинетического уравнения (5), описывают характер взаимодействия носителей заряда с границами образца и могут быть найдены с помощью граничных условий.

Для простоты предположим, что закон дисперсии электронов в каждом слое ДП квадратичный и изотропный. В этом случае перенормировка химического потенциала после взаимодействия электронов с межслойной и внешними границами отсутствует [6,7], и граничные условия для функции распределения  $\Psi_j(\mathbf{r}, \mathbf{p})$  (5), позволяющие найти величины  $F_j$ , имеют следующий вид [1,7-9]:

$$\Psi_j^{s_j}(s_n d_j, \mathbf{p}) = q_j \Psi_j^{s_n}(s_n d_j, \mathbf{p}'), \quad (7)$$

$$\Psi_j^{s_n}(0, \mathbf{p}) = P_{j n} \Psi_j^{s_j}(0, \mathbf{p}') + Q_{n j} \Psi_n^{s_n}(0, \mathbf{p}''), \quad j \neq n = 1, 2. \quad (8)$$

Здесь  $q_j = const$  - вероятность зеркального отражения электронов  $j$ -й внешней поверхностью двухслойного образца;  $P_{j n} = const$  - вероятность зеркального рассеяния носителей заряда на границе раздела между  $j$ -м и  $n$ -м слоями металла;  $Q_{n j} = const$  - вероятность прохождения электрона из  $n$ -го слоя в  $j$ -й слой без рассеяния, так что  $P_{j n} + Q_{n j} \leq 1$ . Квазиимпульсы  $\mathbf{p}$ ,  $\mathbf{p}'$  и  $\mathbf{p}''$  связаны условиями сохранения энергии и тангенциальной по отношению к межслойной и внешним границам ДП, составляющей скорости  $v_{x j}$  электронов,  $s_j = sign v_{x j}$  и указывает знак, нормальной по отношению к внешним и ГР слоев составляющей скорости электронов ( $s_1 = +$ ,  $s_2 = -$ ).

Подставляя функции  $\Psi_j(\mathbf{r}, \mathbf{p})$  в форме (5) в граничные условия (7) и (8), получим систему линейных алгебраических уравнений относительно  $F_j$ . Зная функцию распределения электронов  $\Psi_j(\mathbf{r}, \mathbf{p})$  в каждом слое ДП, можно записать компоненты тензора электропроводности  $\sigma_{\alpha\beta}$  ( $\alpha, \beta = y, z$ ), связывающего полный электрический ток (1) в двухслойном образце с электрическим полем  $E_\beta$ :

$$\sigma_{yy} = \sigma_{zz} = \text{Re} \left\{ \frac{1}{d} \sum_{j=1}^2 d_j \sigma_{0j} \Phi_j^* \right\}, \quad (9)$$

$$\sigma_{yz} = -\sigma_{zy} = \text{Im} \left\{ \frac{1}{d} \sum_{j=1}^2 d_j \sigma_{0j} \Phi_j^* \right\}, \quad (10)$$

где  $\sigma_{0j}$  - коэффициент удельной проводимости безграничного образца в отсутствие магнитного поля, время релаксации в котором  $\tau_{0j}$ . Размерная функция  $\Phi_j^*$ , которая определяет влияние размеров слоев металла на его проводимость в ортогональном к поверхностям ДП магнитном поле, может быть записана в следующем виде:

$$\Phi_j^* = T_j^* - \frac{3k_j}{\pi} \int_0^{\pi/2} d\varphi \cos^2 \varphi \int_0^1 dx \frac{(x-x^3)(1-E_j)}{(k_j H_j + i\beta_j)^2} G_j, \quad (11)$$

$$T_j^* = \frac{k_j}{k_j + i\beta_j} \left\{ 1 - \frac{3}{2} \alpha_j \frac{k_j}{k_j + i\beta_j} + 3\alpha_j^2 \frac{k_j^2}{(k_j + i\beta_j)^2} - 3\alpha_j^3 \frac{k_j^3}{(k_j + i\beta_j)^3} \ln \left| 1 + \frac{k_j + i\beta_j}{k_j \alpha_j} \right| \right\}, \quad (12)$$

$$G_j = \frac{1}{\Delta} \left\{ (2 - q_j - P_{jn} + (q_j + P_{jn} - 2q_j P_{jn}) E_j) (1 - q_n P_{nj} E_n^2) - \right. \\ \left. - q_n Q_{jn} Q_{nj} E_n^2 (1 - E_j + 2q_j E_j) - Q_{nj} d_{n,j} \frac{k_j H_j + i\beta_j}{k_n H_n + i\beta_n} (1 - E_n) (1 + q_j E_j) (1 + q_n E_n) \right\},$$

$$\Delta = (1 - q_j P_{jn} E_j^2) (1 - q_n P_{nj} E_n^2) - q_j q_n Q_{jn} Q_{nj} E_j^2 E_n^2, \quad j \neq n = 1, 2,$$

$$E_j = \exp \left\{ -\frac{k_j}{x} \left( H_j + i \frac{\beta_j}{k_j} \right) \right\}, \quad k_j = \frac{d_j}{l_j}, \quad d_{n,j} = \frac{d_n}{d_j}, \quad \beta_j = \frac{d_j}{r}, \quad H_j = 1 + \frac{\alpha_j}{\cos \varphi \sqrt{1 - x^2}},$$

где  $r$  - ларморовский радиус;  $i$  - мнимая единица.

Формулы (9) - (12) в принципе полностью решают поставленную задачу, определяя зависимость компонент тензора проводимости от толщины двухслойной поликристаллической пленки и величины магнитного поля (гальваномагнитный осцилляционный эффект в двухслойной поликристаллической пленке) при произвольных значениях величины магнитного поля и параметров зеркальности, описывающих характер взаимодействия электронов с границами образца. Интегралы, входящие в формулы (9) и (10) не могут быть выражены через элементарные функции. Поэтому дальнейший анализ проводимости (сопротивления) возможен только на основе численного расчета. Однако, для предельных значений параметров  $k_j$  и  $\beta_j$  могут быть получены простые аналитические выражения для размерной функции, что позволит произвести сравнение теоретических результатов с результатами эксперимента. Ниже мы проанализируем наиболее интересный, с точки зрения эксперимента, случай, а именно - зависимость удельной проводимости (сопротивления) ДП от отношения толщин слоев металла  $d_{n,j}$ , структуры образца и величины магнитного поля  $\beta_j$ .

Если межслойная и внешние границы зеркальным образом рассеивают электроны ( $q_j = q_n = 1$ ,  $P_{jn} + Q_{nj} = 1$ ) и выполняются равенства

$$l_j \equiv l_n, \quad \sigma_{0j} \equiv \sigma_{0n}, \quad \alpha_j = \alpha_n, \quad (13)$$

то двухслойную пленку формально можно рассматривать как однородный объемный поликристаллический образец, проводимость которого определяется формулой (12). В случае, когда ширина межкристаллитных зерен в плоскости слоев значительно больше длины свободного пробега электронов ( $L_j \gg l_j$ ), или границы зерен практически прозрачны для носителей заряда ( $R_j \ll 1$ ), т.е. параметр  $\alpha_j \ll 1$ , то проводимость массивного образца при произвольных и предельных значениях магнитного поля  $\beta_j$  равна

$$T_j = \text{Re}T_j^* = \frac{k_j^2}{k_j^2 + \beta_j^2} \left\{ 1 - \frac{3}{2} \alpha_j \frac{k_j^2 - \beta_j^2}{k_j^2 + \beta_j^2} \right\} \cong \begin{cases} 1 - \frac{\beta_j^2}{k_j^2} - \frac{3}{2} \alpha_j \left( 1 - \frac{3\beta_j^2}{k_j^2} \right), & \beta_j \ll 1, \\ \frac{k_j^2}{\beta_j^2} \left( 1 + \frac{3}{2} \alpha_j \right) \left( 1 - \frac{3k_j^2}{\beta_j^2} \right), & \beta_j \gg 1. \end{cases} \quad (14)$$

При выполнении противоположного неравенства ( $\alpha_j \gg 1$ ), т.е. когда длина свободного пробега электронов значительно больше ширины кристаллитов ( $l_j \ll L_j$ ), или межкристаллитные границы практически не прозрачны для носителей заряда ( $1 - R_j \ll 1$ ), то проводимость безграничного поликристаллического образца для произвольных значений магнитного поля  $\beta_j$  может быть записана в следующем виде:

$$T_j = \frac{3}{4\alpha_j} \left\{ 1 - \frac{4}{5\alpha_j} + \frac{2}{3\alpha_j^2} \left( 1 - \frac{\beta_j^2}{k_j^2} \right) \right\}. \quad (15)$$

При произвольном характере рассеяния носителей заряда на межслойной и внешних границах асимптотические выражения для размерной функции  $\Phi_j \equiv \text{Re}\Phi_j^*$  толстого ( $k_j \gg 1$ ) двухслойного образца с мелкозернистой ( $\alpha_j \gg 1$ ) и крупнозернистой ( $\alpha_j \ll 1$ ) структурой могут быть получены из общего выражения (11). В этом случае экспонентами, которые содержатся в формуле (11) можно пренебречь, а функцию  $H_j$  можно разложить в ряд по степеням  $\alpha_j$ . Это упрощение позволяет выполнить интегрирование по переменным интегрирования  $x$  и  $\varphi$  и получить следующее выражение для величины  $\Phi_j$  для произвольных значений параметров зеркальности  $q_j, P_{jn}, Q_{nj}$  и величины магнитного поля  $\beta_j$ :

$$\Delta\Phi_j = \Phi_j(0) - \Phi_j(H) = \frac{135}{256k_j\alpha_j^4} \left\{ (2 - q_j - P_{jn}) \left( 1 - \frac{\beta_j^2}{k_j^2} \right) + \frac{1}{3} Q_{nj} \tau_{0nj} \frac{\alpha_j^2}{\alpha_n^2} \left( 1 - \frac{\beta_j\beta_n}{k_jk_n} \right) \right\}, \quad \alpha_j \gg 1, \quad (16)$$

$$\Phi_j = \frac{k_j^2}{k_j^2 + \beta_j^2} \left\{ 1 - \frac{3}{2} \alpha_j \frac{k_j^2 - \beta_j^2}{k_j^2 + \beta_j^2} - \frac{3}{16k_j} \left[ (2 - q_j - P_{jn}) \frac{k_j^2 - \beta_j^2}{k_j^2 + \beta_j^2} \left( 1 - \frac{32}{3\pi} k_j^2 \alpha_j \frac{k_j^2 + 3\beta_j^2}{k_j^4 - \beta_j^4} \right) - \right. \right. \\ \left. \left. - Q_{nj} d_{n,j} \frac{k_j k_n - \beta_j \beta_n}{k_n^2 + \beta_n^2} \left( 1 - \frac{16}{3\pi} \frac{k_j k_n}{k_j k_n - \beta_j \beta_n} \left( \alpha_j \frac{k_j^2 - \beta_j^2}{k_j^2 + \beta_j^2} + \alpha_n \frac{k_n^2 - \beta_n^2}{k_n^2 + \beta_n^2} \right) \right) \right] \right\}, \alpha_j \ll 1. \quad (17)$$

Из формулы (17) вытекает, что в области слабых ( $\beta_j \ll 1$ ) и сильных ( $\beta_j \gg 1$ ) магнитных полей размерная функция  $\Phi_j$  двухслойной пленки с крупнозернистой структурой может быть представлена в следующем виде:

$$\Delta\Phi_j = \frac{\beta_j^2}{k_j^2} \left\{ 1 - \frac{9}{2} \alpha_j - \frac{9}{16k_j} \left[ (2 - q_j - P_{jn}) \left( 1 - \frac{128}{9\pi} \alpha_j \frac{\beta_j^2}{k_j^2} \right) - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{1}{3} Q_{nj} \tau_{0n,j} \left( 1 + \frac{k_j \beta_j}{k_n \beta_n} + \frac{\beta_n^2 k_j^2}{\beta_j^2 k_n^2} - \frac{16}{3\pi} \left( \alpha_j \left( 3 + \frac{\beta_n^2 k_j^2}{\beta_j^2 k_n^2} \right) + \alpha_n \left( 1 + \frac{\beta_n^2 k_j^2}{\beta_j^2 k_n^2} \right) \right) \right) \right] \right\}, \beta_j \ll 1, \quad (18)$$

$$\Phi_j = \frac{k_j^2}{\beta_j^2} \left\{ 1 - \frac{k_j^2}{\beta_j^2} + \frac{3}{2} \alpha_j \left( 1 - \frac{3k_j^2}{\beta_j^2} \right) + \frac{3}{16k_j} \left[ (2 - q_j - P_{jn}) \left( 1 - \frac{3k_j^2}{\beta_j^2} + \frac{32}{3\pi} \alpha_j \frac{k_j^2}{\beta_j^2} \right) - \right. \right. \\ \left. \left. - Q_{nj} \left( 1 - \frac{k_j^2}{\beta_j^2} - \frac{k_n^2}{\beta_n^2} - \frac{k_j k_n}{\beta_j \beta_n} \left( 1 + \frac{16}{3\pi} (\alpha_j + \alpha_n) \right) \right) \right] \right\}, \beta_j \gg 1. \quad (19)$$

В формулах (16) и (18) выражение для функции  $\Phi_j(0)$  в отсутствие магнитного поля равна [10]:

$$\Phi_j(0) = \begin{cases} 1 - \frac{3}{2} \alpha_j - \frac{3}{16} \frac{1}{k_j} \left\{ (2 - q_j - P_{jn}) \left( 1 - \frac{32}{3\pi} \alpha_j \right) - Q_{nj} \tau_{0n,j} \left( 1 - \frac{16}{3\pi} (\alpha_j + \alpha_n) \right) \right\}, \\ \alpha_j \ll 1, \\ \frac{3}{4} \frac{1}{\alpha_j} \left\{ 1 - \frac{1}{4} \frac{1}{k_j \alpha_j} \left[ (2 - q_j - P_{jn}) \left( 1 - \frac{512}{105\pi} \alpha_j \right) - Q_{nj} \tau_{0n,j} \frac{\alpha_j}{\alpha_n} \left( 1 - \frac{256}{105\pi} \frac{(\alpha_j + \alpha_n)}{\alpha_n} \right) \right] \right\}. \\ \alpha_j \gg 1. \end{cases} \quad (20)$$

Рассмотрим случай, когда слои двухслойной пленки тонкие ( $k_j \ll 1$ ), а магнитное поле сильное ( $\beta_j \gg 1$ ). Если выполняется неравенство  $\alpha_j < k_j$ , то рассеянием носителей заряда на межкристаллитных границах можно пренебречь [10], и интегралы в формуле (11) могут быть вычислены методом стационарной фазы и для осциллирующей части размерной функции можно получить следующее выражение:

$$\Phi_{jos} = \frac{3k_j}{2\beta_j^4} \left\{ \left( 2(1-q_j)(1-P_{jn}) - 0.5(1-q_j)Q_{nj} \right) e^{-k_j} \cos \beta_j - (1-q_j)Q_{nj}d_{n,j} e^{-k_n} \cos \beta_n + \frac{(1-q_j)(1-q_n)}{(1-d_{n,j})^2} Q_{nj} e^{-(k_j+k_n)} \cos(\beta_j(1+d_{n,j})) \right\} \cong \frac{3k_j}{2\beta_j^4} \tilde{\Phi}_{jos}. \quad (21)$$

Отсюда следует, что основной вклад в осцилляционную часть размерной функции  $\Phi_{jos}$  вносят окрестности точки, где переменная интегрирования  $x$  равна единице, что соответствует опорной точке поверхности Ферми [11-13].

Монотонная часть размерной функции в сильном магнитном поле равна

$$\Phi_{jmon} = \frac{k_j^2}{\beta_j^2} \left\{ 1 + \frac{3}{16k_j} (2 - q_j - P_{jn} - Q_{nj}) \right\}, \quad (22)$$

и соответственно отношение осциллирующей части размерной функции  $\Phi_j$  к ее монотонной части имеет следующий вид:

$$\frac{\Phi_{jos}}{\Phi_{jmon}} = \frac{3/2}{\frac{d_j}{l_j} + \frac{3}{16}(2 - q_j - P_{jn} - Q_{nj})} \left( \frac{r}{d_j} \right)^2 \tilde{\Phi}_{jos}, \quad (23)$$

где  $\tilde{\Phi}_{jos}$  определено выражением (21).

При отклонении магнитного поля от нормали к межслойной границе качественный характер зависимости проводимости двухслойного образца от отношения толщин слоев  $d_{n,j}$  и величины магнитного поля  $\beta_j$  остается таким же. В этом случае в формуле (11) толщину  $d_j$  следует заменить на  $d_j/\cos\theta$ , где  $\theta$  – угол отклонения магнитного поля от нормали к межслойной границе [12].

## 2 ЧИСЛЕННЫЙ РАСЧЕТ

Для проведения численного анализа удельное сопротивление  $\rho$  двухслойной пленки с поликристаллической структурой удобно записать в следующем виде:

$$\frac{\rho}{\rho_{01}} = \text{Re} \left\{ \frac{1 + d_{2,1}}{\Phi_1^* \{1 + D_{2,1}\}} \right\} \cong \begin{cases} \frac{1}{\Phi_1}, & d_{2,1} \rightarrow 0, \\ \frac{1}{\Phi_2} \approx \frac{1}{T_2}, & d_{2,1} \rightarrow \infty, \end{cases} \quad (24)$$

где  $D_{n,j} = \frac{d_n \sigma_{0n} \Phi_n^*}{d_j \sigma_{0j} \Phi_j^*}$ , а размерные функции  $\Phi_j^*$  определены соотношением

(11),  $\Phi_j = \text{Re}(\Phi_j^*)$ . При записи формулы (24) мы учли, что с увеличением  $d_{2,1}$  напыляемый слой становится толстым ( $k_2 \gg 1$ ), и размерная функция  $\Phi_2$  становится порядка  $1/T_2$  (см. рис.1 а).

В формуле (24) независимыми параметрами являются параметры зеркальности  $P_{jn}, Q_{nj}, q_j$ , зернограничные параметры  $\alpha_j$ , нормированная на длину свободного пробега толщина базового слоя  $k_1$ , отношение длин свободного пробега в слоях металла  $l_{1,2} = l_1/l_2$  и параметр  $\beta_1$ , определяющий величину магнитного поля. Остальные величины могут быть выражены через вышеуказанные параметры следующим образом:

$$k_2 = d_{2,1} l_{1,2} k_1, \quad \beta_2 = d_{2,1} \beta_1. \quad (25)$$

Кривые, приведенные на рис. 1, получены численным расчетом по точной, в рамках модифицированной модели МШ [3,4] формуле (24) и иллюстрируют зависимость  $\rho/\rho_{01}$  ( $\rho_{01}$  – объемное значение сопротивления базового слоя металла с монокристаллической структурой) двухслойного образца от отношения толщин слоев  $d_{2,1} = d_2/d_1$  в слабом магнитном поле ( $\beta_1 \ll 1$ ) при различных значениях параметров, характеризующих ДП. Полученные зависимости  $\rho(d_{2,1})$  показывают, что в области малых значений  $d_{2,1} \ll 1$  изменение  $\rho$  связано с влиянием характера рассеяния носителей заряда на внутренних и внешних границах ДП, в то время как при  $d_{2,1} \gg 1$  поведение  $\rho(d_{2,1})$  определяется величиной зернограничного параметра  $\alpha_2$  в верхнем слое ДП (см. формулу (24) и рис. 1 а). Если же толщины слоев двухслойного образца по порядку величины совпадают, т.е.  $d_2 \sim d_1$ , то на зависимости  $\rho(d_{2,1})$  появляется максимум, который обусловлен конкуренцией вкладов в сопротивление объемного, зернограничного и интерфейсного рассеяния электронов. С увеличением вероятности зеркального прохождения электронов в соседние слои металла ДП (рис. 1 б), нормированной на длину свободного пробега электронов толщины базового слоя  $k_1$  (рис. 1 в) и величины магнитного поля (рис. 1 г), указанный максимум вырождается и  $\rho(d_{2,1})$  монотонно уменьшается с увеличением суммарной толщины двухслойной пленки и асимптотически стремится к своему объемному значению  $1/T_2$ .

Чтобы упростить интерпретацию результатов численного расчета, пренебрежем рассеянием носителей заряда на межкристаллитных границах и влиянием слабого магнитного поля на их движение. В этом случае размерную функцию  $\Phi_j$  приближенно можно представить в виде [10]:

$$\Phi_j = (1 + P_{jn} + Q_{nj} d_{n,j}) k_j. \quad (26)$$

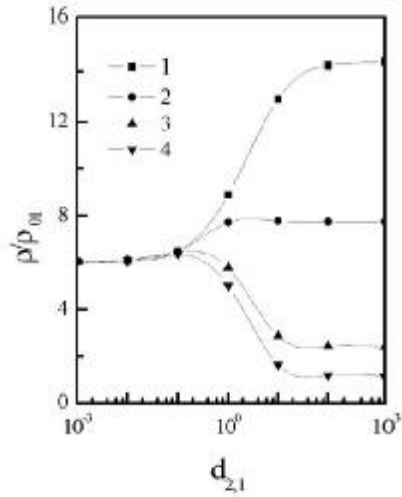
Подставляя (26) в формулу (24), а полученное выражение исследуя на экстремум, убеждаемся, что в точке

$$d_{2,1 \max} = \left\{ 1 + \frac{1 + P_{12} - Q_{21} - Q_{12} \sigma_{02,1} l_{1,2}}{(1 + P_{21}) \sigma_{02,1} l_{1,2}} \right\}^{1/2} - 1 \quad (27)$$

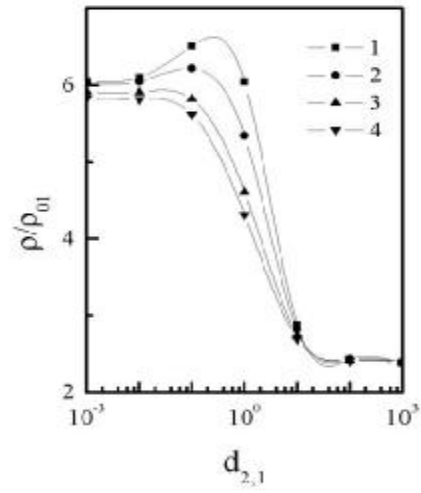
на зависимости  $\rho(d_{2,1})$  наблюдается максимум. Если  $P_{jn}, Q_{nj} \rightarrow 0$  и учитывая, что  $\sigma_{02,1} l_{1,2} \sim 1$ , то экстремальной точкой является точка



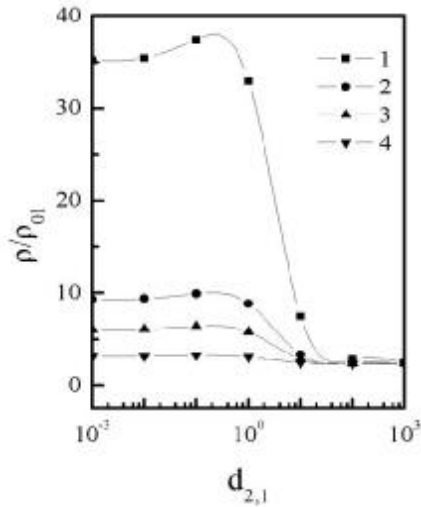
$d_{2,1 \max} = 0.414$ , что по порядку величины и подтверждается численным расчетом (рис.1)



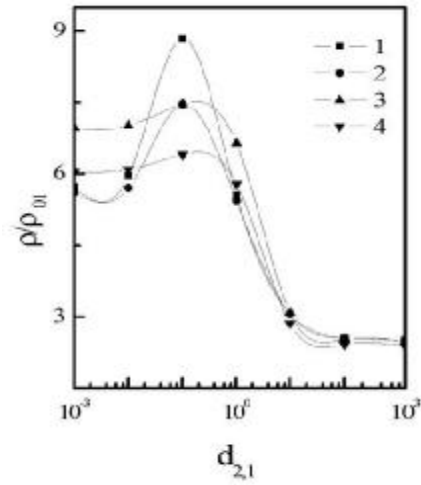
а



б



в



г

Рисунок 1 - Зависимость удельного сопротивления от отношения толщин слоев двухслойной поликристаллической пленки в области слабого магнитного поля при следующих значениях параметров:

а)  $q_j = P_{jn} = Q_{jn} = 0,1$ ,  $k_1 = 0,1$ ,  $\beta_1 = 0,1$ ,  $\alpha_1 = 1$ ,  $1 - \alpha_2 = 10$ ,

2 -  $\alpha_2 = 5$ , 3 -  $\alpha_2 = 1$ , 4 -  $\alpha_2 = 0,1$ ; б)  $q_j = P_{jn} = 0,1$ ,  $k_1 = 0,1$ ,  $l_{1,2} = 1$ ,

$\beta_1 = 0,1$ ,  $\alpha_j = 1$ ,  $1 - Q_{jn} = 0,0$ ,  $2 - Q_{jn} = 0,3$ ,  $3 - Q_{jn} = 0,7$ ,

4 -  $Q_{jn} = 0,0$ ; в)  $q_j = P_{jn} = Q_{jn} = 0,1$ ,  $l_{1,2} = 1$ ,  $\beta_1 = 0,1$ ,  $\alpha_j = 1$ ,

1 -  $k_1 = 0,01$ , 2 -  $k_1 = 0,05$ , 3 -  $k_1 = 0,1$ , 4 -  $k_1 = 0,5$ ;

г)  $q_j = P_{jn} = Q_{jn} = 0,1$ ,  $k_1 = 0,1$ ,  $\beta_1 = 0,1$ ,  $\alpha_j = 1$ ,  $1 - \beta_1 = 10$ ,

2 -  $\beta_1 = 5$ , 3 -  $\beta_1 = 1$ , 4 -  $\beta_1 = 0,1$

На рисунке 2 а-г представлена зависимость сопротивления двухслойного поликристаллического проводника от величины магнитного поля  $\beta_1$  при различных значениях параметров, характеризующих ДП. Полученные зависимости показывают, что с изменением магнитного поля сопротивление двухслойной пленки становится осциллирующей функцией, амплитуда которой определяется степенью шероховатости межслойной границы (рис. 2 а, б), толщиной слоев (рис. 2 в), и величиной зернограничного параметра (рис. 2 г).

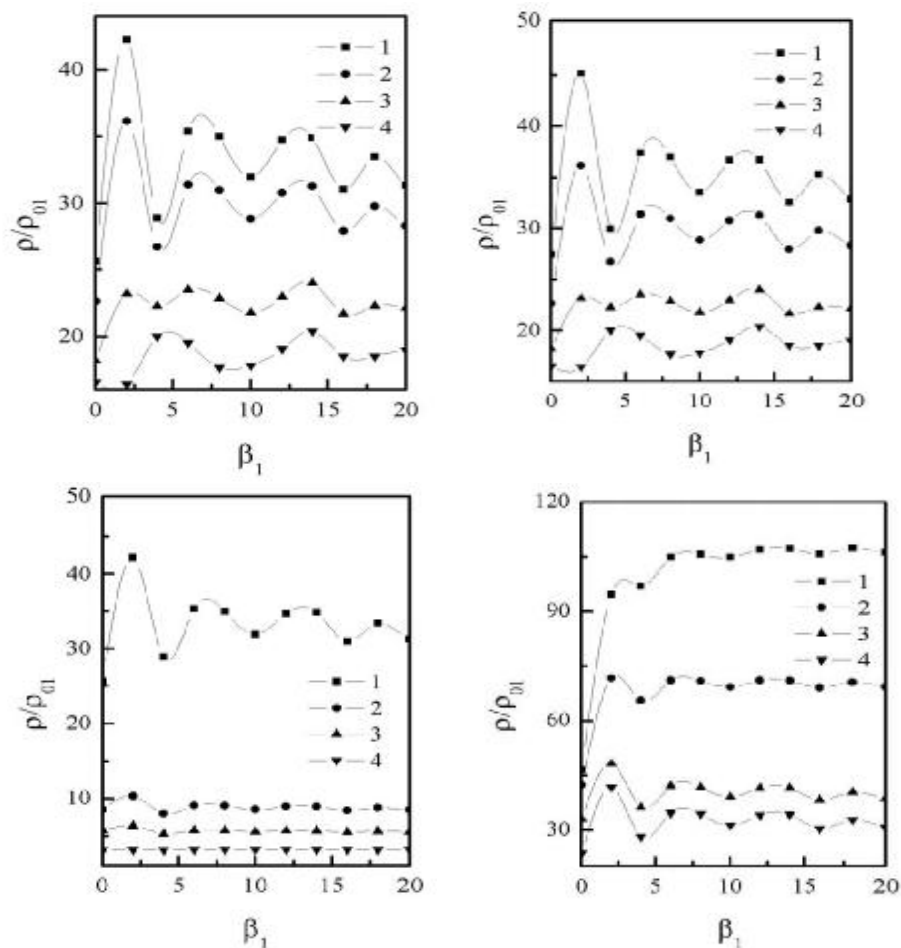


Рисунок 2 - Зависимость сопротивления двухслойного образца от величины магнитного поля при различных значениях параметров, характеризующих образец: а)  $q_j = P_{jn} = 0,1$ ,  $k_1 = 0,01$ ,  $l_{1,2} = 1$ ,  $d_{2,1} = 1$ ,  $\alpha_j = 1$ ,  $1 - Q_{jn} = 0,1$ ,  $2 - Q_{jn} = 0,3$ ,  $3 - Q_{jn} = 0,7$ ,  $4 - Q_{jn} = 0,9$ ; б)  $q_j = Q_{jn} = 0,1$ ,  $k_1 = 0,01$ ,  $l_{1,2} = 1$ ,  $d_{2,1} = 1$ ,  $\alpha_j = 1$ ,  $1 - P_{jn} = 0,0$ ,  $2 - P_{jn} = 0,3$ ,  $3 - P_{jn} = 0,7$ ,  $4 - P_{jn} = 0,9$ ; в)  $q_j = P_{jn} = Q_{jn} = 0,1$ ,  $l_{1,2} = 1$ ,  $d_{2,1} = 1$ ,  $\alpha_j = 1$   $1 - k_1 = 0,01$ ,  $2 - k_1 = 0,05$ ,  $3 - k_1 = 0,1$ ,  $4 - k_1 = 0,5$ ; г)  $q_j = P_{jn} = Q_{jn} = 0,1$ ,  $k_1 = 0,01$ ,  $l_{1,2} = 1$ ,  $d_{2,1} = 1$ ,  $\alpha_1 = 1$ ,  $1 - \alpha_2 = 0,1$ ,  $2 - \alpha_2 = 10$ ,  $3 - \alpha_2 = 50$ ,  $4 - \alpha_2 = 100$

В случае, когда зернограничный параметр  $\alpha_j \gg 1$ , то основным механизмом релаксации электронов является их рассеяние на межкристаллитных границах (двухслойный образец становится эффективно толстым), и соответственно осцилляции практически не возникают.

#### ВЫВОДЫ

Таким образом, анализ зависимостей удельного сопротивления ДП с поликристаллической структурой от отношения толщин слоев в области слабого ( $\beta_j \ll 1$ ) магнитного поля, и от величины магнитного поля позволяет определить характер взаимодействия носителей заряда границами образца. Такая информация важна как для анализа транспортных процессов в ДП, так и для объяснения гальваномагнитных свойств двухслойных поликристаллических пленок.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Украины (госбюджетная тема №68.01.03.06 -08).

#### SUMMARY

#### FUCHS-SONDHEIMER'S EFFECT IN TWOLAYER POLYCRYSTALLINE FILMS

**L.V. Dekhtyaruk**

Sumy State University, R.-Korsakova str., 2, Sumy, 40007

*Within the frames of the modified semi-classical Mayadas - Shatzkes model we investigated theoretically the electrical resistivity of polycrystalline double - layered (DL) in a transverse magnetic field. We have derived both a general formula (that is valid at arbitrary values of the layer thicknesses) and asymptotic expressions those are valid when metallic layers are thick or thin as to compare with the electron mean free path. We found a non-monotonic behavior of the resistivity vs. the value of an applied magnetic field. As we demonstrated, this behavior is sensitive to the characteristics of the electron scattering in the interlayer interfaces in low magnetic fields. Moreover, the DL resistivity oscillates in high magnetic fields with the field value (or with the layer thicknesses).*

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Fuchs K. The conductivity of thin metallic films according to the electron theory of metals // Proc. Cambr. Phil. Soc., ser. A. - 1938. - V.34, №1. - P.100-108.
2. E. H. Sondheimer: The mean free path of electrons in metals // Adv. Phys. - 1952. - V.1, №1. - P.1 - 42.
3. Mayadas A.F., Shatzkes M., Janak J.F. Electrical resistivity model for polycrystalline films: the case of specular reflection at external surfaces // Appl. Phys. Lett. - 1969. - V.14, № 11. - P.345 - 347.
4. Mayadas A.F., Shatzkes M. Electrical - resistivity model for polycrystalline films: the case of arbitrary reflection at external surfaces // Phys. Rev. B.: Cond. Matter. - 1970. - V.1, № 4. - P.1382-1389.
5. E. H. Sondheimer: "The influence of a transverse magnetic field on the conductivity of thin metallic films", Phys. Rev. - 1950. - V.80, №5. - P. 401 - 406.
6. Песчанский В. Г., Азбель М. Я. Магнетосопротивление полуметаллов // ЖЭТФ. - 1968. - Т.55, Вып.5(11). - С.1980 - 1996.
7. Устинов В.В. Вклад плоских дефектов в электросопротивление металла // ФММ. - 1980. - Т.49, Вып.1. - С.31-38.
8. Каганов М.И., Фикс В.Б. К теории электромеханических сил в металлах // ЖЭТФ. - 1977. - Т.73, Вып.2(8). - С.753 - 760.
9. Lucas M.S.P. Electrical conductivity of thin metallic films with unlike surface // J. Appl. Phys. - 1965. - V. 36, № 5. - P.1632-1635.
10. Dekhtyaruk L.V., Protchenko S.I., Chornous A.M., Shpetnyi I.O. Conductivity and the temperature coefficient of resistance of two - layer polycrystalline films // Ukr. J. Phys. - 2004. - V.49, №6. - P.587 - 597.
11. Гуревич В.Л. Осцилляции проводимости металлических пленок в магнитном поле // ЖЭТФ. - 1958. - Т.35, Вып.3(9). - С.668 - 677.
12. Кириченко О.В., Колесниченко Ю.А. Осцилляционная зависимость магнетосопротивления тонких бикристаллических пластин // ФНТ. - 1982. - Т.8, №3. - С.276 - 284.
13. Panchenko O.A., Lutsishin P.P., Sologub S.V. Galvanomagnetic size studies of metallic surface processes // Progr.Surface Sci. - 2002. - V. 69. - № 7-8. - С. 193 - 291.

*Поступила в редакцию 6 октября 2006 г.*

